

Л. А. АЛЕКСАНДРОВА

Алгебра

и начала математического анализа

10



Самостоятельные
работы

ИЗДАТЕЛЬСТВО



МНЕМОЗИНА

Л. А. АЛЕКСАНДРОВА

Алгебра

и начала математического анализа

10 класс

Самостоятельные работы

для учащихся
общеобразовательных учреждений

Под редакцией А. Г. Мордковича

4-е издание, исправленное и дополненное



Москва 2008

УДК 373.167.1:[512 + 517]
ББК 22.141я721 + 22.161я721
А46



Александрова Л. А.

А46 Алгебра и начала математического анализа. 10 класс. Самостоятельные работы для учащихся общеобразовательных учреждений / Л. А. Александрова ; под ред. А. Г. Мордковича. — 4-е изд., испр. и доп. — М. : Мнемозина, 2008. — 127 с. : ил.

ISBN 978-5-346-01113-2

Данное пособие предназначено для общеобразовательных классов, обучающихся курсу алгебры и начал математического анализа по учебному комплексу А. Г. Мордковича. Пособие содержит материал для проведения самостоятельных работ по каждой теме и может быть использовано учителем для осуществления текущего контроля знаний, умений и навыков школьников, в качестве дополнительных упражнений, а учащимися — для самоподготовки.

**УДК 373.167.1:[512 + 517]
ББК 22.141я721 + 22.161я721**

© «Мнемозина», 2005
© «Мнемозина», 2008, с изменениями
© Оформление. «Мнемозина», 2008
Все права защищены

ISBN 978-5-346-01113-2

Предисловие

Издательство «Мнемозина» опубликовало учебный комплект для изучения курса алгебры и начал математического анализа в 10—11-м классах общеобразовательной школы:

- *А. Г. Мордкович*. Алгебра и начала математического анализа, 10—11. Часть 1. Учебник.
- *А. Г. Мордкович и др.* Алгебра и начала математического анализа, 10—11. Часть 2. Задачник / Под ред. А. Г. Мордковича.

Это пособие является дополнением к указанному учебному комплексу.

Предлагаемые самостоятельные работы можно использовать в общеобразовательных классах для текущего контроля знаний, умений и навыков учащихся, в качестве обучающих работ, а также в целях выборочной проверки знаний школьников по определенной теме.

Работы, отмеченные знаком *, предназначены только для профильных классов.

Время, отводимое на самостоятельные работы, варьируется от 7 до 20 минут по усмотрению учителя в зависимости от структуры урока, объема и сложности работы, уровня подготовки учеников того или иного класса. Учитель вправе дать учащимся не всю работу, а выборочные задания и лишь те работы, которые он считает целесообразным провести. Необязательные задания и задания повышенной сложности отмечены знаком ●.

Работы представлены в четырех вариантах. Задания каждого варианта подобраны по возрастанию сложности, причем варианты 1 и 2 во многих случаях несколько легче вариантов 3 и 4.

В данном пособии приводится примерное планирование учебного материала из расчета 3 ч в неделю с указанием номеров самостоятельных работ (С-1, ...) по каждой теме.

ПРИМЕРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

10 класс

Планирование дано в соответствии с параграфами учебника А. Г. Мордковича «Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы» (М. : Мнемозина, 2008) из расчета 3 ч в неделю в первом полугодии и 2 ч в неделю во втором.

Глава 1. Числовые функции

§ 1. Определение числовой функции и способы ее задания	2 ч	С-1
§ 2. Свойства функций	2 ч	С-2
§ 3. Обратные функции	1 ч	С-3

Глава 2. Тригонометрические функции

§ 4. Числовая окружность	2 ч	С-4, 5
§ 5. Числовая окружность на координатной плоскости	2 ч	С-6
<i>Контрольная работа № 1</i>	1 ч	
§ 6. Синус и косинус, тангенс и котангенс	3 ч	С-7, 8
§ 7. Тригонометрические функции числового аргумента	2 ч	С-9
§ 8. Тригонометрические функции углового аргумента	1 ч	С-10
§ 9. Формулы приведения	2 ч	С-11
<i>Контрольная работа № 2</i>	1 ч	
§ 10. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график	2 ч	С-12
§ 11. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график	2 ч	С-13
§ 12. Периодичность функций	1 ч	С-14
§ 13. Преобразование графиков тригонометрических функций	2 ч	С-15, 16
§ 14. Функция $y = \operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$, ее свойства и графики	2 ч	С-17
<i>Контрольная работа № 3</i>	1 ч	

Глава 3. Тригонометрические уравнения

§ 15. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$	2 ч	С-18
§ 16. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$	2 ч	С-19
§ 17. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} t = a$		
Арккотангенс и решение уравнения	2 ч	С-20
§ 18. Тригонометрические уравнения	3 ч	С-21—23
<i>Контрольная работа № 4</i>	1 ч	С-24*

Глава 4. Преобразование тригонометрических выражений

§ 19. Синус и косинус суммы и разности аргументов	2 ч	С-25, 26
§ 20. Тангенс суммы и разности аргументов	1 ч	С-27

§ 21. Формулы двойного аргумента	2 ч	С-28, 29
§ 22. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение	2 ч	С-30
<i>Контрольная работа № 5</i>	1 ч	
§ 23. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму	2 ч	С-31
Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$ к виду $C \sin(x + t)$		С-32*

Глава 5. Производная

§ 24. Предел последовательности	2 ч	С-33
§ 25. Сумма бесконечной геометрической прогрессии	1 ч	С-34
§ 26. Предел функции	3 ч	С-35
§ 27. Определение производной	3 ч	С-36
§ 28. Вычисление производных	4 ч	С-37—40
<i>Контрольная работа № 6</i>	1 ч	
§ 29. Уравнение касательной к графику функции	2 ч	С-41, 42
§ 30. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы	3 ч	С-43, 44
§ 31. Построение графиков функций	2 ч	С-45
§ 32. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений функций на промежутке	2 ч	С-46
§ 33. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин	2 ч	С-47
Итоговое повторение	7 ч	С-48
<i>Итоговая контрольная работа</i>	2 ч	

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-1. Определение числовой функции, способы ее задания

Вариант 1

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{5}{x^2 - 9}} + \frac{1}{x - 4}$.
2. Найдите область значений функции $y = x^2 + 4x - 21$.
3. Постройте график функции $y = x^2 - 6|x| + 5$.

С-1. Определение числовой функции, способы ее задания

Вариант 3

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{\frac{-7}{x^2 + 3x}} - \frac{x - 1}{x + 1}$.
2. Найдите область значений функции $y = \sqrt{x^2 + 4x - 21}$.
3. Постройте график функции $y = -|x^2 - 6x + 5|$.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-1. Определение числовой функции, способы ее задания

Вариант 2

1. Найдите область определения функции $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x}}{5} - \frac{3}{x + 2}$.
2. Найдите область значений функции $y = -x^2 + 4x + 45$.
3. Постройте график функции $y = -x^2 - 6|x| + 5$.

С-1. Определение числовой функции, способы ее задания

Вариант 4

1. Найдите область определения функции $y = \sqrt{16 - x^2} + \frac{x + 4}{x}$.
2. Найдите область значений функции $y = \sqrt{-x^2 + 4x + 45}$.
3. Постройте график функции $y = |x^2 - 6x + 5|$.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-2. Свойства функций

Вариант 1

1. Дана функция $y = x^2 - 4x + 4$.

а) Исследуйте функцию на монотонность, если $x \leq 2$.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-1,5; 1,5]$.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{x-3}{x}$, где $x > 0$, на ограниченность.

3. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2-4}{x}$ на четность.

С-2. Свойства функций

Вариант 3

1. Дана функция $y = x^2 + 2x$.

а) Исследуйте функцию на монотонность, если $x \geq -1$.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-2; 0,4]$.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{2x}{x+1}$, где $x < -1$, на ограниченность.

3. Исследуйте функцию $y = 3x^3 - |x|$ на четность.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-2. Свойства функций

Вариант 2

1. Дана функция $y = -x^2 - 4x - 4$.

а) Исследуйте функцию на монотонность, если $x \leq -2$.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[-4,5; -3,1]$.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{x+4}{x}$, где $x < 0$, на ограниченность.

3. Исследуйте функцию $y = \frac{x^2}{x^4+1}$ на четность.

С-2. Свойства функций

Вариант 4

1. Дана функция $y = -x^2 + 2x$.

а) Исследуйте функцию на монотонность, если $x \geq 1$.

б) Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $[0; 2,2]$.

2. Исследуйте функцию $y = \frac{3x}{x-2}$, где $x > 2$, на ограниченность.

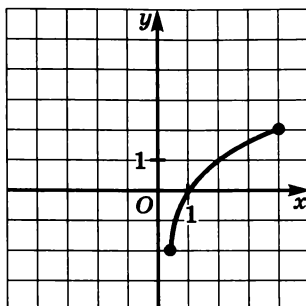
3. Исследуйте функцию $y = \frac{-|x|}{2} + x^4 + 1$ на четность.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-3. Обратная функция

Вариант 1

1. Дана функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке. Постройте график обратной функции.

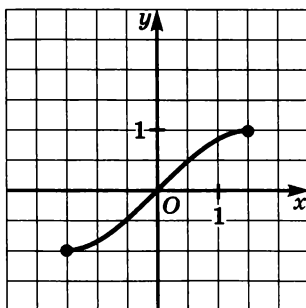


2. Для функции $y = x^2 - 3$, где $x \geq 0$, найдите обратную функцию. Постройте графики обеих функций.

С-3. Обратная функция

Вариант 3

1. Дана функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке. Постройте график обратной функции.



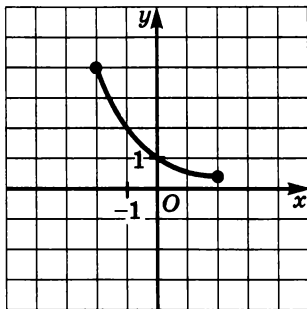
2. Для функции $y = \sqrt[3]{x} + 1$ найдите обратную функцию. Постройте графики обеих функций.

ГЛАВА 1. Числовые функции

С-3. Обратная функция

Вариант 2

1. Дана функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке. Постройте график обратной функции.

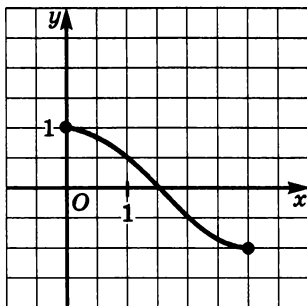


2. Для функции $y = \sqrt{x + 2}$ найдите обратную функцию. Постройте графики обеих функций.

С-3. Обратная функция

Вариант 4

1. Дана функция $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке. Постройте график обратной функции.



2. Для функции $y = (x - 1)^2 + 2$, где $x \leq 1$, найдите обратную функцию. Постройте графики обеих функций.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

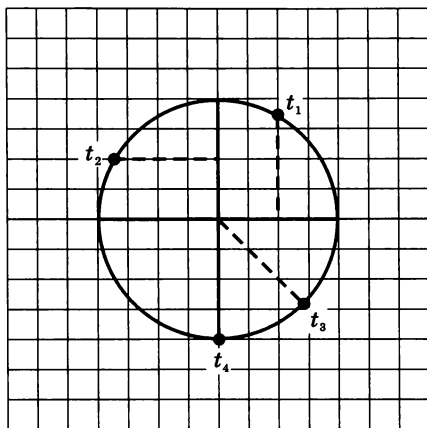
С-4. Числовая окружность

Вариант 1

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

- а) π ; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{4\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{6}$; д) $\frac{5\pi}{2}$; е) $\frac{\pi}{8}$.

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

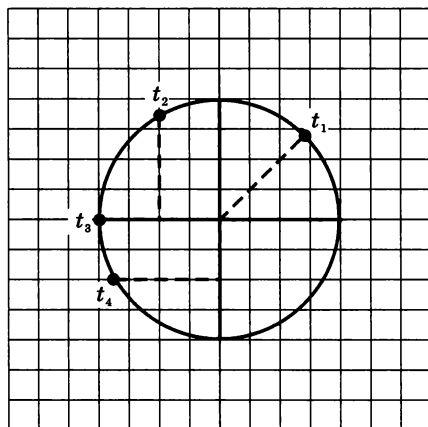
С-4. Числовая окружность

Вариант 2

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

- а) $\frac{\pi}{2}$; б) $\frac{\pi}{6}$; в) $\frac{5\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{3}$; д) $\frac{\pi}{12}$; е) 3π .

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

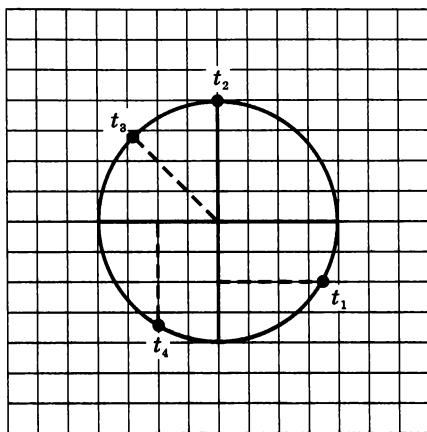
С-4. Числовая окружность

Вариант 3

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

- а) 2π ; б) $\frac{\pi}{3}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{4}$; д) $\frac{7\pi}{2}$; е) 3.

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.



ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

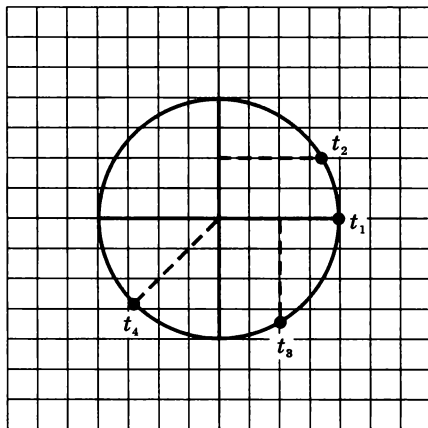
С-4. Числовая окружность

Вариант 4

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу:

- а) $\frac{\pi}{4}$; б) $\frac{2\pi}{3}$; в) $\frac{11\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{2}$; д) 10π ; е) 4.

2. Найдите все числа, которым соответствуют отмеченные на числовой окружности точки.

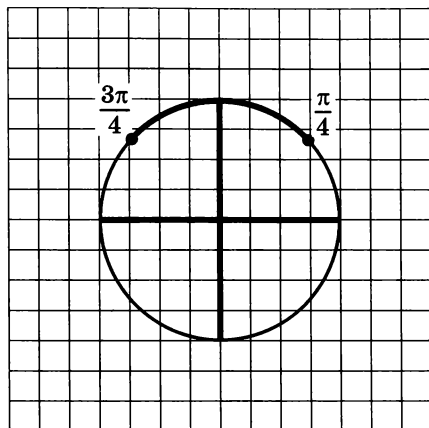


ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-5. Числовая окружность

Вариант 1

1. По геометрической модели дуги числовой окружности запишите аналитическую модель в виде двойного неравенства.



2. По заданному обозначению дуги числовой окружности

$$\left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \right]$$

укажите ее геометрическую и аналитическую модели.

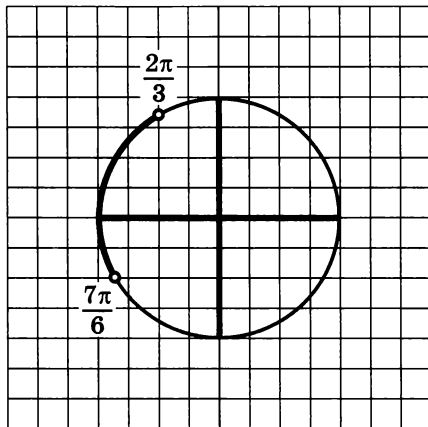
3. По аналитической модели $-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n < t < \frac{\pi}{3} + 2\pi n$ запишите обозначение дуги числовой окружности и постройте ее геометрическую модель.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-5. Числовая окружность

Вариант 2

1. По геометрической модели дуги числовой окружности запишите аналитическую модель в виде двойного неравенства.



2. По заданному обозначению дуги числовой окружности $\left(-\frac{\pi}{4} + 2\pi n; \frac{5\pi}{4} + 2\pi n\right)$

укажите ее геометрическую и аналитическую модели.

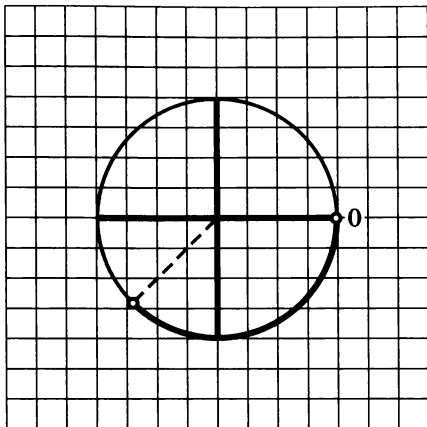
3. По аналитической модели $\frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq t \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi n$ запишите обозначение дуги числовой окружности и постройте ее геометрическую модель.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-5. Числовая окружность

Вариант 3

1. По геометрической модели дуги числовой окружности запишите ее аналитическую модель в виде двойного неравенства.



2. По заданному обозначению дуги числовой окружности

$$\left[\frac{\pi}{8} + 2\pi n; \frac{5\pi}{8} + 2\pi n \right]$$

укажите ее геометрическую и аналитическую модели.

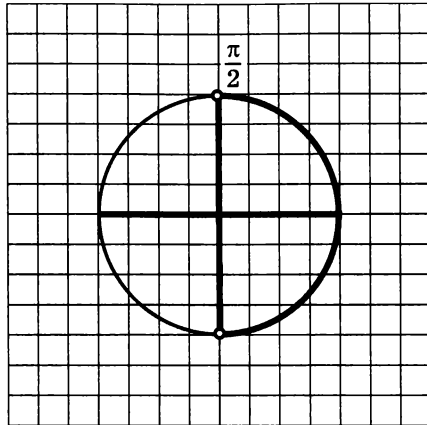
3. По аналитической модели $-\frac{5\pi}{3} + 2\pi n \leq t \leq \frac{\pi}{6} + 2\pi n$ запишите обозначение дуги числовой окружности и постройте ее геометрическую модель.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-5. Числовая окружность

Вариант 4

1. По геометрической модели дуги числовой окружности запишите аналитическую модель в виде двойного неравенства.



2. По заданному обозначению дуги числовой окружности

$$\left(-\frac{\pi}{12} + 2\pi n; \frac{5\pi}{12} + 2\pi n \right)$$

укажите ее геометрическую и аналитическую модели.

3. По аналитической модели $-\frac{7\pi}{4} + 2\pi n \leq t < -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$ запишите обозначение дуги числовой окружности и постройте ее геометрическую модель.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-6. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 1

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:

а) $\frac{\pi}{2}$;

б) $\frac{\pi}{3}$;

в) $\frac{3\pi}{4}$;

г) $-\frac{\pi}{6}$.

2. Найдите на числовой окружности точки с данной абсциссой $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Обозначьте на числовой окружности точки с ординатой, удовлетворяющей неравенству $y \geq \frac{1}{2}$, и запишите при помощи двойного неравенства, каким числам t они соответствуют.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-6. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 2

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:
а) π ; б) $\frac{\pi}{4}$; в) $\frac{5\pi}{6}$; г) $-\frac{\pi}{4}$.
2. Найдите на числовой окружности точки с данной ординатой $y = 0,5$ и запишите, каким числам t они соответствуют.
3. Обозначьте на числовой окружности точки с абсциссой, удовлетворяющей неравенству $x < -\frac{\sqrt{3}}{2}$, и запишите при помощи двойного неравенства, каким числам t они соответствуют.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-6. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 3

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:

а) $\frac{3\pi}{2}$; б) $\frac{\pi}{6}$; в) $\frac{4\pi}{3}$; г) $-\frac{\pi}{3}$.

2. Найдите на числовой окружности точки с данной абсциссой $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Обозначьте на числовой окружности точки с ординатой, удовлетворяющей неравенству $y \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$, и запишите при помощи двойного неравенства, каким числам t они соответствуют.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-6. Числовая окружность на координатной плоскости

Вариант 4

1. Обозначьте на числовой окружности точку, которая соответствует данному числу, и найдите ее декартовы координаты:

а) 2π ;

б) $\frac{2\pi}{3}$;

в) $\frac{7\pi}{6}$;

г) $-\frac{\pi}{2}$.

2. Найдите на числовой окружности точки с данной ординатой $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Обозначьте на числовой окружности точки с абсциссой, удовлетворяющей неравенству $x > -\frac{1}{2}$, и запишите при помощи двойного неравенства, каким числам t они соответствуют.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-7. Синус и косинус

Вариант 1

1. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если

а) $t = \frac{\pi}{6}$; б) $t = \frac{\pi}{2}$; в) $t = \frac{5\pi}{4}$; г) $t = -\frac{\pi}{3}$.

2. Обозначьте на числовой окружности точки t , удовлетворяющие уравнению $\cos t = \frac{\sqrt{3}}{2}$, и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Определите знак числа:

а) $\sin \frac{4\pi}{9}$; б) $\cos \frac{5\pi}{7}$.

С-7. Синус и косинус

Вариант 3

1. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если

а) $t = 0$; б) $t = \frac{3\pi}{4}$; в) $t = \frac{7\pi}{6}$; г) $t = -\frac{2\pi}{3}$.

2. Обозначьте на числовой окружности точки t , удовлетворяющие неравенству $\cos t \leq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Определите знак числа:

а) $\sin 2$; б) $\cos \frac{14\pi}{11}$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-7. Синус и косинус

Вариант 2

1. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если

а) $t = \frac{\pi}{4}$; б) $t = \frac{2\pi}{3}$; в) $t = \pi$; г) $t = -\frac{\pi}{6}$.

2. Обозначьте на числовой окружности точки t , удовлетворяющие уравнению $\sin t = \frac{\sqrt{3}}{2}$, и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Определите знак числа:

а) $\sin \frac{5\pi}{8}$; б) $\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right)$.

С-7. Синус и косинус

Вариант 4

1. Вычислите $\sin t$ и $\cos t$, если

а) $t = \frac{\pi}{3}$; б) $t = \frac{5\pi}{6}$; в) $t = \frac{3\pi}{2}$; г) $t = -\frac{3\pi}{4}$.

2. Обозначьте на числовой окружности точки t , удовлетворяющие неравенству $\sin t \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$, и запишите, каким числам t они соответствуют.

3. Определите знак числа:

а) $\cos 6$; б) $\sin\left(-\frac{5\pi}{9}\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-8. Тангенс и котангенс

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{3}$;

г) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}$;

д) $\left(\sin \frac{\pi}{3} - 2 \cos \frac{\pi}{2} + \operatorname{tg} \frac{11\pi}{6} \right) \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4} \right)$.

в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{5\pi}{6} \right)$;

2. Определите знак выражения $\sin \left(-\frac{5\pi}{9} \right) \cos \frac{7\pi}{4} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{7}$.

С-8. Тангенс и котангенс

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}$;

г) $\operatorname{ctg} 0$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6}$;

д) $\left(\sin \frac{7\pi}{6} - 5 \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2} - \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \right) \operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$.

в) $\operatorname{tg} \left(-\frac{2\pi}{3} \right)$;

2. Определите знак выражения $\sin \frac{7\pi}{11} \operatorname{tg} \left(-\frac{3\pi}{7} \right) \operatorname{ctg} 2$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-8. Тангенс и котангенс

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$;

г) $\operatorname{tg} 2\pi$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3}$;

д) $\left(\cos \frac{\pi}{6} - 3 \operatorname{tg} \pi + \operatorname{tg} \frac{5\pi}{3} \right) \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$.

в) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{4} \right)$;

2. Определите знак выражения $\cos \left(-\frac{7\pi}{12} \right) \sin \frac{3\pi}{8} \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6} \right)$.

С-8. Тангенс и котангенс

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\operatorname{tg} 0$;

г) $\operatorname{ctg} \left(-\frac{5\pi}{3} \right)$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4}$;

д) $\left(\operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3} - 3 \operatorname{tg} 2\pi + \sin \frac{11\pi}{3} \right) \cos \left(-\frac{7\pi}{6} \right)$.

в) $\operatorname{tg} \frac{3\pi}{2}$;

2. Определите знак выражения $\cos \left(-\frac{7\pi}{9} \right) \operatorname{ctg} \frac{12\pi}{5} \operatorname{tg} 3$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-9. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 1

1. Докажите тождество

$$\frac{1 - \cos^2 t}{1 - \sin^2 t} + \operatorname{tg} t \cdot \operatorname{ctg} t = \frac{1}{\cos^2 t}.$$

2. Известно, что $\sin t = -\frac{15}{17}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.

Вычислите $\cos t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{ctg} t$.

С-9. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 3

1. Докажите тождество

$$\frac{\cos^2 t}{1 - \sin t} - \sin^2 t - \cos^2 t = \sin t.$$

2. Известно, что $\operatorname{tg} t = \frac{7}{24}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$.

Вычислите $\sin t$, $\cos t$, $\operatorname{ctg} t$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-9. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 2

1. Докажите тождество

$$\frac{\sin^2 t + \cos^2 t}{\operatorname{tg}^2 t \cdot \cos^2 t} - \frac{\cos^2 t}{1 - \cos^2 t} = 1.$$

2. Известно, что $\cos t = \frac{9}{41}$, $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$.

Вычислите $\sin t$, $\operatorname{tg} t$, $\operatorname{ctg} t$.

С-9. Тригонометрические функции числового аргумента

Вариант 4

1. Докажите тождество

$$\frac{\sin^2 t}{1 + \cos t} + \sin t \cdot \operatorname{ctg} t = 1.$$

2. Известно, что $\operatorname{ctg} t = -\frac{21}{20}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$.

Вычислите $\sin t$, $\cos t$, $\operatorname{tg} t$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-10. Тригонометрические функции углового аргумента

Вариант 1

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную:
 75° ; 10° ; 144° ; 1080° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную:
 $\frac{\pi}{5}$; $\frac{5\pi}{18}$; $\frac{11\pi}{2}$.
3. Запишите значения синуса, косинуса и тангенса данных угловых аргументов (в виде таблицы):
 0° ; 45° ; 120° ; 210° ; -90° .

С-10. Тригонометрические функции углового аргумента

Вариант 3

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную:
 20° ; 36° ; 250° ; 900° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную:
 $\frac{\pi}{10}$; $\frac{8\pi}{15}$; $\frac{5\pi}{12}$.
3. Запишите значения синуса, косинуса и тангенса данных угловых аргументов (в виде таблицы):
 60° ; 225° ; 180° ; 330° ; -45° .

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-10. Тригонометрические функции углового аргумента

Вариант 2

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную:
 15° ; 18° ; 108° ; 720° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную:
 $\frac{\pi}{18}$; $\frac{7\pi}{10}$; $\frac{13\pi}{4}$.
3. Запишите значения синуса, косинуса и тангенса данных угловых аргументов (в виде таблицы):
 30° ; 150° ; 270° ; 300° ; -30° .

С-10. Тригонометрические функции углового аргумента

Вариант 4

1. Переведите данные числа из градусной меры в радианную:
 40° ; 72° ; 320° ; 1200° .
2. Переведите данные числа из радианной меры в градусную:
 $\frac{\pi}{15}$; $\frac{3\pi}{5}$; $\frac{7\pi}{18}$.
3. Запишите значения синуса, косинуса и тангенса данных угловых аргументов (в виде таблицы):
 90° ; 135° ; 240° ; 315° ; -60° .

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-11. Формулы приведения

Вариант 1

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $(\sin 600^\circ + \operatorname{tg} 480^\circ) \cos 330^\circ$;

б) $\cos \frac{11\pi}{3} \operatorname{ctg} \left(-\frac{21\pi}{4} \right)$.

2. Упростите выражение $\frac{\sin(\pi - \alpha)}{2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}$.

●3. Решите неравенство

$$\cos(\pi - t) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + t\right) > 1.$$

С-11. Формулы приведения

Вариант 3

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $\operatorname{tg}(-675^\circ) ; \cos(-570^\circ) - \operatorname{ctg} 150^\circ$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{43\pi}{6} + \sin \frac{28\pi}{3}$.

2. Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \sin(2\pi - \alpha)$.

●3. Решите неравенство

$$\cos(\pi + t) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - t\right) > \sqrt{2}.$$

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-11. Формулы приведения

Вариант 2

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $(\cos 780^\circ - \operatorname{ctg} 495^\circ) \sin 225^\circ$;

б) $\sin\left(-\frac{23\pi}{4}\right) \operatorname{tg} \frac{19\pi}{6}$.

2. Упростите выражение $\frac{2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}{\sin(\pi + \alpha)}$.

●3. Решите неравенство

$$\sin(\pi + t) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) < 1.$$

С-11. Формулы приведения

Вариант 4

1. Вычислите при помощи формул приведения:

а) $\sin 750^\circ \operatorname{ctg} 510^\circ + \operatorname{tg}(-120^\circ)$;

б) $\operatorname{tg} \frac{16\pi}{3} - \cos\left(-\frac{55\pi}{6}\right)$.

2. Упростите выражение $\operatorname{ctg}(\pi + \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$.

●3. Решите неравенство

$$\sin(\pi - t) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) > -\sqrt{3}.$$

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график

Вариант 1

1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:

а) $M\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right);$ б) $K\left(\frac{3\pi}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$

2. а) Постройте график функции $y = \sin x - 1$;

б) укажите область значений данной функции;

в) найдите наибольшее и наименьшее значения функции на

интервале $\left(\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}\right).$

С-12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график

Вариант 3

1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:

а) $M\left(-\frac{\pi}{6}; -\frac{1}{2}\right);$ б) $K\left(\frac{3\pi}{4}; 1\right).$

2. а) Постройте график функции $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 2$;

б) укажите область значений данной функции;

в) найдите наибольшее и наименьшее значения функции на

отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{3}\right].$

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график

Вариант 2

1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:

а) $M\left(\frac{\pi}{3}; \frac{1}{2}\right)$;

б) $K\left(\frac{2\pi}{3}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

2. а) Постройте график функции $y = \sin x + 0,5$;

б) укажите область значений данной функции;

в) найдите наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке $\left[\frac{\pi}{6}; \pi\right]$.

С-12. Функция $y = \sin x$, ее свойства и график

Вариант 4

1. Не выполняя построения, ответьте на вопрос, принадлежит ли графику функции $y = \sin x$ точка:

а) $M\left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$;

б) $K\left(\frac{5\pi}{6}; \frac{1}{2}\right)$.

2. а) Постройте график функции $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 1,5$;

б) укажите область значений данной функции;

в) найдите наибольшее и наименьшее значения функции на полуинтервале $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график

Вариант 1

1. а) Постройте график функции $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$;

б) укажите промежутки возрастания и убывания функции;

в) определите нули функции.

2. Решите графически уравнение $\cos x = 2x - \pi$.

С-13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график

Вариант 3

1. а) Постройте график функции $y = \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) + 1$;

б) укажите промежутки возрастания и убывания функции;

в) определите нули функции.

2. Решите графически уравнение $\cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = \sqrt{x - \frac{\pi}{3}}$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график

Вариант 2

1. а) Постройте график функции $y = \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$;

б) укажите промежутки возрастания и убывания функции;

в) определите нули функции.

2. Решите графически уравнение $-\cos x = -x + \frac{\pi}{2}$.

С-13. Функция $y = \cos x$, ее свойства и график

Вариант 4

1. а) Постройте график функции $y = \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - 1$;

б) укажите промежутки возрастания и убывания функции;

в) определите нули функции.

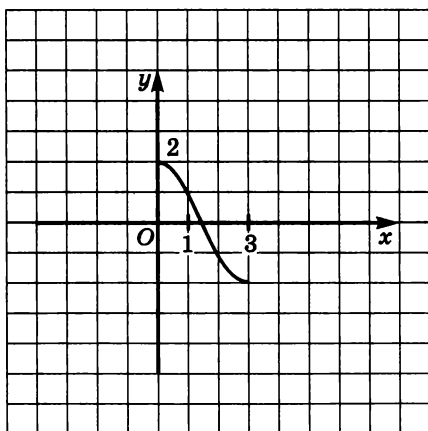
2. Решите графически уравнение $\cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 0,5 + x^3$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-14. Периодичность функций

Вариант 1

1. Докажите, что число $T = \frac{\pi}{2}$ является периодом функции $y = \sin 4x$.
2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \cos \frac{x}{4}$.
3. На рисунке изображена часть графика четной периодической функции $y = f(x)$ с периодом $T = 6$.
 - а) Постройте график этой функции на всей числовой прямой.
 - б) Найдите $f(12)$.

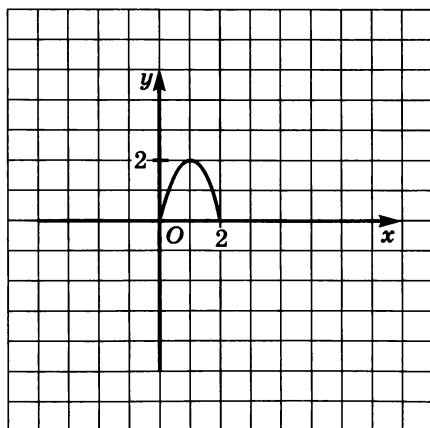


ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-14. Периодичность функций

Вариант 2

1. Докажите, что число $T = 6\pi$ является периодом функции $y = \cos \frac{x}{3}$.
2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \sin 6x$.
3. На рисунке изображена часть графика нечетной периодической функции $y = f(x)$ с периодом $T = 4$.
 - а) Постройте график этой функции на всей числовой прямой.
 - б) Найдите $f(-11)$.

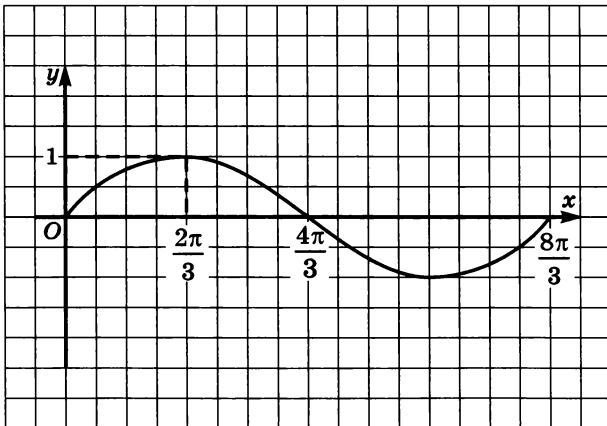


ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-14. Периодичность функций

Вариант 3

1. Докажите, что число $T = \frac{\pi}{3}$ является периодом функции $y = \cos 6x$.
2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \sin \frac{x}{3}$.
3. На рисунке изображена часть графика периодической функции $y = f(x)$ на промежутке $\left[0; \frac{8\pi}{3}\right]$, длина которого равна периоду функции.



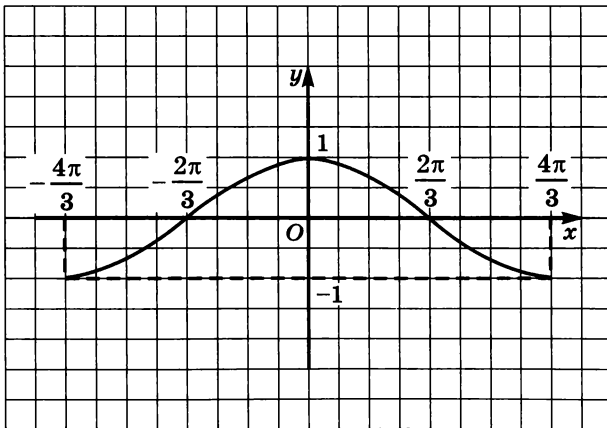
Вычислите $f\left(\frac{10\pi}{3}\right) + f\left(-\frac{16\pi}{3}\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-14. Периодичность функций

Вариант 4

1. Докажите, что число $T = 3\pi$ является периодом функции $y = \sin \frac{2x}{3}$.
2. Найдите наименьший положительный период функции $y = \cos 3x$.
3. На рисунке изображена часть графика периодической функции $y = f(x)$ на промежутке $\left[-\frac{4\pi}{3}; \frac{4\pi}{3}\right]$, длина которого равна периоду функции.



Вычислите $f\left(\frac{8\pi}{3}\right) + f(-2\pi)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-15. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = 3 \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$.

По графику найдите:

- а) область значений функции;
 - б) промежутки возрастания и убывания функции.
2. Известно, что $f(x) = -0,5 \sin x$. Найдите $4f(-x)$.

С-15. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = -0,5 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$.

По графику найдите:

- а) область значений функции;
 - б) промежутки возрастания и убывания функции.
2. Известно, что $f(x) = 2,5 \sin x$. Найдите $0,4f\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-15. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = 2 \cos x + 1$.

По графику найдите:

- а) область значений функции;
- б) промежутки возрастания и убывания функции.

2. Известно, что $f(x) = 1,5 \cos x$. Найдите $2f(2x)$.

С-15. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = -2,5 \sin x - 0,5$.

По графику найдите:

- а) область значений функции;
- б) промежутки возрастания и убывания функции.

2. Известно, что $f(x) = -3 \cos x$. Найдите $\frac{1}{3}f\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-16. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \cos \frac{x}{3}$.

По графику найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции;
- б) нули функции;
- в) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.

2. Решите графически уравнение $\cos \frac{x}{3} = 1$.

С-16. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = \sin \frac{2x}{3}$.

По графику найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции;
- б) нули функции;
- в) значения аргумента, при которых функция принимает положительные значения.

2. Решите графически уравнение $\sin \frac{2x}{3} - 1 = 0$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-16. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = -\sin 3x$.

По графику найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции;
- б) нули функции;
- в) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения.

2. Решите графически уравнение $-\sin 3x = 1$.

С-16. Преобразование графиков тригонометрических функций

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = 2 \cos 2x$.

По графику найдите:

- а) наименьшее и наибольшее значения функции;
- б) нули функции;
- в) значения аргумента, при которых функция принимает отрицательные значения.

2. Решите графически уравнение $2 \cos 2x = -2$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-17. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = \operatorname{tg} \left(x + \frac{\pi}{6} \right)$.
2. Решите графически уравнение $\operatorname{tg} x = 1$.
- 3. Решите графически неравенство $\operatorname{ctg} x \geq -\sqrt{3}$.

С-17. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = \operatorname{ctg} \frac{x}{2} - 1$.
2. Решите графически уравнение $\operatorname{tg} x = -1$.
- 3. Решите графически неравенство $\operatorname{ctg} x < \frac{\sqrt{3}}{3}$.

ГЛАВА 2. Тригонометрические функции

С-17. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = \operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{4} \right)$.
2. Решите графически уравнение $\operatorname{ctg} x = 1$.
- 3. Решите графически неравенство $\operatorname{tg} x \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}$.

С-17. Функции $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$,
их свойства и графики

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = \operatorname{tg} 2x - 3$.
2. Решите графически уравнение $\operatorname{ctg} x = -1$.
- 3. Решите графически неравенство $\operatorname{tg} x \leq -\sqrt{3}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-18. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\arccos 1 - \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\arccos \left(\sin \frac{\pi}{6}\right)$; в) $\operatorname{tg} \left(\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos t = \frac{1}{\sqrt{2}}$; в) $\cos t = 2$;

б) $\cos t = 0$; г) $\cos t = \frac{3}{4}$.

С-18. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 \arccos \left(-\frac{1}{2}\right) - \arccos 0$;

б) $\arccos \left(\operatorname{ctg} \frac{3\pi}{4}\right)$; в) $\sin \left(\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $2 \cos t = \sqrt{3}$; в) $\cos t = \frac{\sqrt{17}}{4}$;

б) $\cos t = -1$; г) $\cos t = -\frac{\sqrt{15}}{4}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-18. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\arccos(-1) - \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

б) $\arccos \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{4}\right)$;

в) $\sin(\arccos 0)$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos t = -0,5$;

в) $\cos t = -2$;

б) $\cos t = 1$;

г) $\cos t = \frac{2}{3}$.

С-18. Арккосинус и решение уравнения $\cos t = a$

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\arccos(-1) - \arccos \frac{1}{2} - 3 \arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;

б) $\arccos \left(\sin \frac{2\pi}{3}\right)$;

в) $\operatorname{ctg} \left(\arccos \left(-\frac{1}{2}\right)\right)$.

2. Решите уравнение:

а) $2 \cos t = 1$;

в) $\cos t = \frac{\sqrt{23}}{5}$;

б) $-2 \cos t = 0$;

г) $\cos t = \frac{\sqrt{26}}{5}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-19. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\arcsin 1 - \arcsin \frac{1}{2} + \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$;

б) $\arcsin \left(\cos \frac{\pi}{3} \right)$;

в) $\operatorname{ctg} \left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \arccos \frac{1}{2} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin t = -1$; б) $\sin t = 0,5$; в) $\sin t = \frac{1}{3}$.

С-19. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\arcsin \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + \arcsin 1 - \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$;

б) $\arcsin \left(\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} \right)$;

в) $\operatorname{tg} \left(\arcsin (-1) + \arcsin \frac{1}{2} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin t = -0,5\sqrt{2}$; б) $\sin t = 1$; в) $\sin t = \frac{\sqrt{7}}{3}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-19. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \arcsin (-1) - 2 \arcsin 0$;

б) $\arcsin \left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{4} \right)$;

в) $\cos \left(\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) - \arcsin 1 \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin t = 0$; б) $\sin t = \frac{1}{\sqrt{2}}$; в) $\sin t = -\sqrt{3}$.

С-19. Арксинус и решение уравнения $\sin t = a$

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\arcsin \left(-\frac{1}{2} \right) + \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} - \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$;

б) $\arcsin \left(\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{6} \right)$;

в) $\sin \left(\arccos (-1) + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin t = 0,5\sqrt{3}$; б) $\sin t = -0,7$; в) $\sin t = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-20. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Арккотангенс и решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\operatorname{arctg} \sqrt{3} - \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arcctg} (-\sqrt{3})$;

б) $\operatorname{tg} \left(\operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$; в) $\operatorname{arcctg} \left(\sin \frac{\pi}{2} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$;

б) $\operatorname{ctg} x = 0$.

С-20. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Арккотангенс и решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} - \operatorname{arcctg} \frac{\sqrt{3}}{3} + \operatorname{arcctg} 1$;

б) $\sin (\operatorname{arctg} (-1))$; в) $\operatorname{arctg} \left(2 \cos \frac{\pi}{6} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\operatorname{tg} x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$;

б) $\operatorname{ctg} t = 3$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-20. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Арккотангенс и решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\operatorname{arcctg}(-1) + \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \operatorname{arcctg} 0$;

б) $\operatorname{ctg} \left(\arccos \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$; в) $\operatorname{arctg}(\cos \pi)$.

2. Решите уравнение:

а) $\operatorname{ctg} x = -1$;

б) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{6}$.

С-20. Арктангенс и решение уравнения $\operatorname{tg} x = a$.

Арккотангенс и решение уравнения $\operatorname{ctg} x = a$

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\operatorname{arcctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3} \right) + \operatorname{arctg}(-1) - \operatorname{arcctg} 0$;

б) $\cos(\operatorname{arcctg} \sqrt{3})$; в) $\operatorname{arctg} \left(\operatorname{ctg} \frac{2\pi}{3} \right)$.

2. Решите уравнение:

а) $\operatorname{ctg} x = -0,5$;

б) $\operatorname{tg} x = 0$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-21. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

1. Решите уравнение:

а) $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$;

б) $\operatorname{tg} 2x + 1 = 0$;

в) $\sin \left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{4} \right) = -1$.

2. Определите число корней уравнения

$$3 \operatorname{ctg} 3x - \sqrt{3} = 0,$$

принадлежащих отрезку $\left[\frac{\pi}{6}; \pi \right]$.

С-21. Тригонометрические уравнения

Вариант 3

1. Решите уравнение:

а) $\sqrt{3} \operatorname{tg} x - 1 = 0$;

б) $2 \sin \left(-\frac{x}{2} \right) = 1$;

в) $2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) = -\sqrt{2}$.

2. Найдите наименьший положительный корень уравнения

$$\sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-21. Тригонометрические уравнения

Вариант 2

1. Решите уравнение:

а) $2 \sin x - \sqrt{3} = 0$;

б) $\operatorname{ctg} \frac{x}{3} - 1 = 0$;

в) $\cos \left(2x - \frac{\pi}{3} \right) = -1$.

2. Определите число корней уравнения

$$\sqrt{3} \operatorname{tg} 2x + 3 = 0,$$

принадлежащих отрезку $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{2} \right]$.

С-21. Тригонометрические уравнения

Вариант 4

1. Решите уравнение:

а) $\operatorname{ctg} x + \sqrt{3} = 0$;

б) $2 \cos 3x = \sqrt{3}$;

в) $2 \sin \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = -1$.

2. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$\cos \left(x + \frac{\pi}{12} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-22. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

Решите уравнения:

1. $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0.$

2. $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 0.$

●3. $2 \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + 1 = 0.$

С-22. Тригонометрические уравнения

Вариант 3

Решите уравнения:

1. $6 \cos^2 x + 7 \sin x - 8 = 0.$

2. $\sin x \cos x - \cos^2 x = 0.$

●3. $3 \operatorname{tg}^2 2x - 2 \operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} + 2x \right) - 1 = 0.$

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-22. Тригонометрические уравнения

Вариант 2

Решите уравнения:

1. $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0.$

2. $\sqrt{3} \sin \frac{x}{4} - \cos \frac{x}{4} = 0.$

●3. $2 \operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x - 3 = 0.$

С-22. Тригонометрические уравнения

Вариант 4

Решите уравнения:

1. $4 \sin^2 x + 4 \cos x - 1 = 0.$

2. $\sqrt{3} \sin^2 x + \sin x \cos x = 0.$

●3. $3 \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{3\pi}{2} + \frac{x}{3} \right) - 2 \operatorname{tg} \frac{x}{3} = 1.$

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-23. Тригонометрические уравнения

Вариант 1

Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 4x + \cos 4x = 0$ и найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

С-23. Тригонометрические уравнения

Вариант 3

Решите уравнение $5 \cos^2 x - \sin x \cos x = 2$ и найдите его корни, принадлежащие интервалу $\left(-\pi; \frac{\pi}{2}\right)$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-23. Тригонометрические уравнения

Вариант 2

Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 6x - 3 \cos 6x = 0$ и найдите его корни, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right]$.

С-23. Тригонометрические уравнения

Вариант 4

Решите уравнение $\sin x \cos x - 5 \sin^2 x = -3$ и найдите его корни, принадлежащие интервалу $\left(-\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-24*. Тригонометрические неравенства

Вариант 1

Решите неравенство:

1. $\cos x \leq -\frac{1}{2}$.

2. $\operatorname{tg} x > \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3. $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 \leq 0$.

С-24*. Тригонометрические неравенства

Вариант 3

Решите неравенство:

1. $\cos 2x > -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

2. $\sin x \leq \frac{3}{4}$.

3. $\operatorname{ctg}^2 x - 4 \operatorname{ctg} x + 3 > 0$.

ГЛАВА 3. Тригонометрические уравнения

С-24*. Тригонометрические неравенства

Вариант 2

Решите неравенство:

1. $\sin x \leq -\frac{1}{2}$.

2. $\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$.

3. $2 \cos^2 x + 3 \cos x + 1 > 0$.

С-24*. Тригонометрические неравенства

Вариант 4

Решите неравенство:

1. $\cos x \leq \frac{1}{3}$.

2. $\sin 3x > \frac{1}{\sqrt{2}}$.

3. $3 \operatorname{tg}^2 x - 4\sqrt{3} \operatorname{tg} x + 3 < 0$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-25. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) - \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha.$$

2. Вычислите $\sin 69^\circ \cos 21^\circ + \cos 69^\circ \sin 21^\circ$.

3. Зная, что $\sin t = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < t < \pi$, вычислите $\cos\left(\frac{\pi}{6} + t\right)$.

С-25. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 3

1. Докажите тождество

$$\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \cos \alpha + \sin \alpha.$$

2. Вычислите $\cos 165^\circ$.

3. Зная, что $\sin t = -\frac{8}{17}$, $\pi < t < \frac{3\pi}{2}$, вычислите $\sin\left(\frac{\pi}{4} + t\right)$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-25. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 2

1. Упростите выражение

$$\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \alpha.$$

2. Вычислите $\cos 123^\circ \cos 57^\circ - \sin 123^\circ \sin 57^\circ$.

3. Зная, что $\cos t = \frac{4}{5}$, $0 < t < \frac{\pi}{2}$, вычислите $\sin\left(\frac{\pi}{3} + t\right)$.

С-25. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 4

1. Докажите тождество

$$\sqrt{2} \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = \cos \alpha - \sin \alpha.$$

2. Вычислите $\sin 165^\circ$.

3. Зная, что $\cos t = \frac{8}{17}$, $\frac{3\pi}{2} < t < 2\pi$, вычислите $\cos\left(\frac{3\pi}{4} + t\right)$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-26. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 1

1. Докажите тождество

$$\frac{\sin(45^\circ - \alpha)}{\cos(45^\circ - \alpha)} = \frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}.$$

2. Решите уравнение:

а) $\sin 3x \cos 2x - \cos 3x \sin 2x = -0,5;$

б) $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sin x = -\frac{1}{2}.$

С-26. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 3

1. Упростите выражение

$$\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right).$$

2. Решите уравнение:

а) $\sin 9x \cos 3x - \cos 9x \sin 3x = \frac{2}{5};$

б) $\sin x + \cos x = 1.$

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-26. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 2

1. Докажите тождество

$$\frac{\sin(45^\circ - \alpha)}{\cos(45^\circ + \alpha)} = 1.$$

2. Решите уравнение:

а) $\cos 7x \cos 8x + \sin 7x \sin 8x = \frac{\sqrt{3}}{2};$

б) $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

С-26. Синус и косинус суммы и разности аргументов

Вариант 4

1. Упростите выражение

$$\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right).$$

2. Решите уравнение:

а) $\cos 7x \cos 2x + \sin 7x \sin 2x = \frac{1}{3};$

б) $\cos x - \sqrt{3} \sin x = 1.$

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-27. Тангенс суммы и разности аргументов

Вариант 1

1. Вычислите $\frac{\operatorname{tg} 85^\circ - \operatorname{tg} 25^\circ}{1 + \operatorname{tg} 85^\circ \operatorname{tg} 25^\circ}$.

2. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) = 4$.

С-27. Тангенс суммы и разности аргументов

Вариант 3

1. Вычислите $\frac{1 - \operatorname{tg} 16^\circ \operatorname{tg} 44^\circ}{\operatorname{tg} 16^\circ + \operatorname{tg} 44^\circ}$.

2. Найдите $\operatorname{ctg} \beta$, если $\operatorname{tg} \left(\beta + \frac{\pi}{3} \right) = 2\sqrt{3}$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-27. Тангенс суммы и разности аргументов

Вариант 2

1. Вычислите $\frac{\operatorname{tg} 4^\circ + \operatorname{tg} 26^\circ}{1 - \operatorname{tg} 4^\circ \operatorname{tg} 26^\circ}$.

2. Найдите $\operatorname{tg} \beta$, если $\operatorname{tg} \left(\beta - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{1}{6}$.

С-27. Тангенс суммы и разности аргументов

Вариант 4

1. Вычислите $\frac{\operatorname{tg} 67^\circ - \operatorname{tg} 97^\circ}{1 + \operatorname{tg} 67^\circ \operatorname{tg} 97^\circ}$.

2. Найдите $\operatorname{ctg} \alpha$, если $\operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-28. Формулы двойного аргумента

Вариант 1

1. Известно, что $\sin \alpha = \frac{7}{25}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

Найдите $\cos 2\alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{1 - \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\sin 3x \cos 3x = -\frac{\sqrt{3}}{4}$.

С-28. Формулы двойного аргумента

Вариант 3

1. Известно, что $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{\sin 2\alpha + \sin \alpha}{1 + \cos 2\alpha + \cos \alpha}$.

3. Решите уравнение $\cos 2x + 5 \cos x + 3 = 0$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-28. Формулы двойного аргумента

Вариант 2

1. Известно, что $\cos \alpha = \frac{8}{17}$, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$.

Найдите $\sin 2\alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\sin^2 \frac{x}{6} - \cos^2 \frac{x}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

С-28. Формулы двойного аргумента

Вариант 4

1. Известно, что $\sin \alpha = -\frac{40}{41}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Найдите $\operatorname{tg} 2\alpha$.

2. Упростите выражение $\frac{1 - \cos 2\alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin 2\alpha}$.

3. Решите уравнение $\cos 2x + 5 \sin x - 3 = 0$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-29. Формулы двойного аргумента

Вариант 1

1. Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos 2\alpha = 0,2$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Решите уравнение $\sin^2 3x = \frac{3}{4}$.

С-29. Формулы двойного аргумента

Вариант 3

1. Найдите $\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Решите уравнение $\cos^2 \left(\frac{\pi}{3} - 7x\right) = \frac{1}{2}$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-29. Формулы двойного аргумента

Вариант 2

1. Найдите $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos 2\alpha = 0,6$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Решите уравнение $\cos^2 5x = \frac{1}{4}$.

С-29. Формулы двойного аргумента

Вариант 4

1. Найдите $\operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, если $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$ и $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Решите уравнение $\sin^2 \left(3x - \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-30. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Вариант 1

1. Вычислите $\frac{\sin 70^\circ + \sin 10^\circ}{\cos 70^\circ - \cos 10^\circ}$.

2. Решите уравнение:

а) $\sin 5x = \sin 6x$;

б) $\sin 3x - \sqrt{3} \cos 2x - \sin x = 0$.

С-30. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Вариант 3

1. Вычислите $\frac{\sin \frac{11\pi}{18} - \sin \frac{\pi}{18}}{\cos \frac{11\pi}{18} - \cos \frac{\pi}{18}}$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos 3x = \sin 7x$;

б) $\sin 7x + \cos^2 2x = \sin^2 2x + \sin x$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-30. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Вариант 2

1. Вычислите $\frac{\sin 10^\circ + \sin 80^\circ}{\cos 80^\circ + \cos 10^\circ}$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos 5x = \cos 7x$;

б) $\sin 3x - \sin 7x = \sqrt{3} \sin 2x$.

С-30. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение

Вариант 4

1. Вычислите $\frac{\sin \frac{11\pi}{36} - \sin \frac{\pi}{36}}{\cos \frac{11\pi}{36} - \cos \frac{\pi}{36}}$.

2. Решите уравнение:

а) $\cos 3x = \sin 5x$;

б) $1 + \cos 2x + 2 \cos x \cos 3x = 0$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-31. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Вариант 1

1. Упростите выражение

$$2 \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \cos \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) + \sin 3x.$$

2. Решите уравнение

$$\sin 9x \sin 3x = \frac{1}{2} \cos 6x.$$

С-31. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Вариант 3

1. Упростите выражение

$$2 \sin \left(\frac{\pi}{3} - 2x \right) \cos \left(x + \frac{\pi}{6} \right) + \sin \left(3x - \frac{\pi}{6} \right).$$

2. Решите уравнение

$$4 \sin x \cos \left(\frac{\pi}{2} + 5x \right) = 1 - 2 \cos 4x.$$

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-31. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Вариант 2

1. Упростите выражение

$$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2} \sin x.$$

2. Решите уравнение

$$2 \sin 6x \cos 2x = \sin 8x + 1.$$

С-31. Преобразование произведения тригонометрических функций в сумму

Вариант 4

1. Упростите выражение

$$6 \sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) - 3 \sin\left(5x + \frac{\pi}{6}\right).$$

2. Решите уравнение

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{1}{2} \cos 3x.$$

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-32*. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$
к виду $C \sin(x + t)$

Вариант 1

1. Преобразуйте выражение $\sqrt{3} \sin x - \cos x$ к виду $C \sin(x + t)$ или $C \cos(x + t)$.
2. Найдите область значений функции $y = 9 \sin x + 12 \cos x$.
3. Решите уравнение $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 2$.

С-32*. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$
к виду $C \sin(x + t)$

Вариант 3

1. Преобразуйте выражение $5 \sin x + 12 \cos x$ к виду $C \sin(x + t)$ или $C \cos(x + t)$.
2. Найдите область значений функции $y = 2,3 \cos \frac{x}{2} - \sqrt{2} \sin \frac{x}{2}$.
3. Решите уравнение $\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \cos 7x$.

ГЛАВА 4. Преобразование тригонометрических выражений

С-32*. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$
к виду $C \sin(x + t)$

Вариант 2

1. Преобразуйте выражение $\sin x + \cos x$ к виду $C \sin(x + t)$ или $C \cos(x + t)$.
2. Найдите область значений функции $y = 2,4 \sin x - \cos x$.
3. Решите уравнение $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 2$.

С-32*. Преобразование выражения $A \sin x + B \cos x$
к виду $C \sin(x + t)$

Вариант 4

1. Преобразуйте выражение $16 \sin x - 12 \cos x$ к виду $C \sin(x + t)$ или $C \cos(x + t)$.
2. Найдите область значений функции $y = 1,5 \cos \frac{x}{3} + 2 \sin \frac{x}{3}$.
3. Решите уравнение $\sin 7x + \cos 7x = \sqrt{2} \sin 11x$.

ГЛАВА 5. Производная

С-33. Предел последовательности

Вариант 1

1. Числовая последовательность (y_n) задана формулой

$$y_n = \frac{n+3}{2n-1}.$$

а) Вычислите первые четыре члена данной последовательности.

б) Является ли членом последовательности число $\frac{2}{3}$?

2. Составьте формулу n -го члена последовательности 2, 5, 10, 17, 26,

3. Вычислите:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2^n}\right)$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n+4}{3n+1}$.

С-33. Предел последовательности

Вариант 3

1. Числовая последовательность (x_n) задана формулой

$$x_n = \frac{16-n}{3n+1}.$$

а) Вычислите первые четыре члена данной последовательности.

б) Начиная с какого номера все члены последовательности (x_n) будут меньше $\frac{1}{2}$?

2. Составьте формулу n -го члена последовательности 0, 7, 26, 63, 124,

3. Вычислите:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3 - \frac{7}{n} + 2^{-n}\right)$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 3}{(n+1)^2}$.

ГЛАВА 5. Производная

С-33. Предел последовательности

Вариант 2

1. Числовая последовательность (y_n) задана формулой

$$y_n = n^2 - 2n + 13.$$

а) Вычислите первые четыре члена данной последовательности.

б) Является ли членом последовательности число 12,25?

2. Составьте формулу n -го члена последовательности

$$1, 2, 4, 8, 16, \dots$$

3. Вычислите:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3^{n+1}} - 4 \right);$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{n - 4}.$

С-33. Предел последовательности

Вариант 4

1. Числовая последовательность (y_n) задана формулой

$$y_n = \frac{3n + 10}{3 - 4n}.$$

а) Вычислите первые четыре члена данной последовательности.

б) Начиная с какого номера все члены последовательности (y_n) будут больше -1 ?

2. Составьте формулу n -го члена последовательности

$$0, 2, 8, 26, 80, \dots$$

3. Вычислите:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3^{1-n} + \frac{6}{n} - 5 \right);$

б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n + 2)^2}{4 - 2n^2}.$

ГЛАВА 5. Производная

С-34. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Вариант 1

1. Найдите сумму геометрической прогрессии $9; 3; 1; \dots$.
2. Сумма геометрической прогрессии (b_n) равна 123, первый член прогрессии равен 41. Найдите знаменатель прогрессии.
3. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если
$$b_n = \frac{20}{3^{n-1}}.$$

С-34. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Вариант 3

1. Найдите сумму геометрической прогрессии $25; -5; 1; \dots$.
2. Сумма геометрической прогрессии (b_n) равна 124, первый член прогрессии равен 31. Найдите знаменатель прогрессии.
3. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если
$$b_n = (-1)^n \frac{12}{2^{n+1}}.$$

ГЛАВА 5. Производная

С-34. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Вариант 2

1. Найдите сумму геометрической прогрессии 12; 3; 0,75;
2. Сумма геометрической прогрессии (b_n) равна 63, знаменатель прогрессии равен $-\frac{1}{3}$. Найдите первый член прогрессии.
3. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если

$$b_n = 4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{n-2}.$$

С-34. Сумма бесконечной геометрической прогрессии

Вариант 4

1. Найдите сумму геометрической прогрессии -16; 8; -4;
2. Сумма геометрической прогрессии (b_n) равна 84, знаменатель прогрессии равен $\frac{1}{4}$. Найдите первый член прогрессии.
3. Найдите сумму геометрической прогрессии (b_n) , если

$$b_n = (-1)^n \frac{5}{3^{n-3}}.$$

С-35. Предел функции

Вариант 1

1. Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 4x + 7)$; в) $\lim_{x \rightarrow -6} \frac{x^2 - 36}{x + 6}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x + 5}}{x}$; г) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{2t}$.

2. Для функции $y = -3x + 7$ найдите:

- а) приращение функции Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
- б) отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
- в) предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$.

С-35. Предел функции

Вариант 2

1. Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow -1} (5 - 3x - x^2)$; в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x^2 - 16}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x}{\sqrt{x+6}}$; г) $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin t}{t}$.

2. Для функции $y = 5x + 1$ найдите:

- приращение функции Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
- отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
- предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$.

С-35. Предел функции

Вариант 3

1. Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 2x^2 + 4)$; в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 9} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \right) \sqrt{x - 5}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x}$.

2. Для функции $y = 2x^2$ найдите:

- приращение функции Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
- отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
- предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$.

С-35. Предел функции

Вариант 4

1. Вычислите:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 + 3x - 15)$; в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 6x + 5}$;

б) $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{2x - 7} \left(\frac{\sqrt{x}}{3} - \frac{3}{\sqrt{x}} \right)$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos x}{x}$.

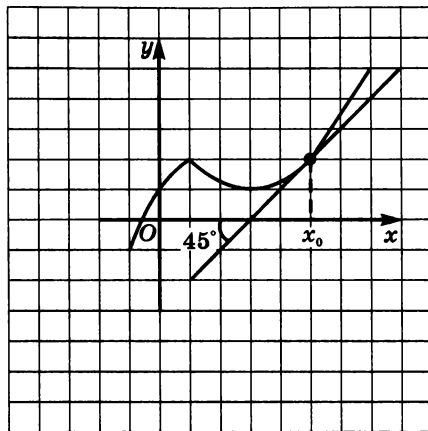
2. Для функции $y = -3x^2$ найдите:

- приращение функции Δy при переходе от точки x_0 к точке $x_0 + \Delta x$;
- отношение приращения функции Δy к приращению аргумента Δx ;
- предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \rightarrow 0$.

С-36. Определение производной

Вариант 1

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.

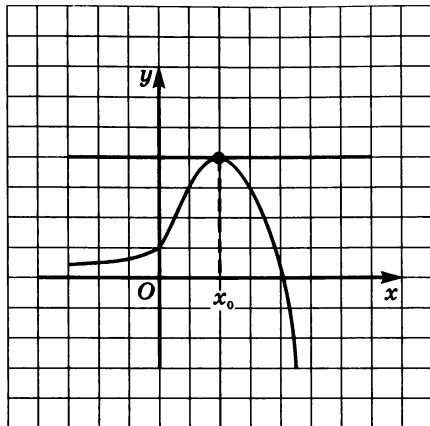


2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 - 1$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 0,5$ с.

С-36. Определение производной

Вариант 2

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.

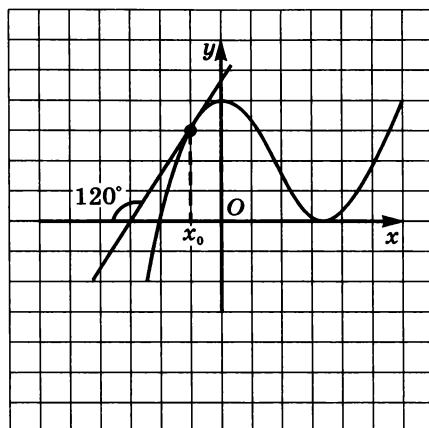


2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 + 3$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 0,75$ с.

С-36. Определение производной

Вариант 3

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.



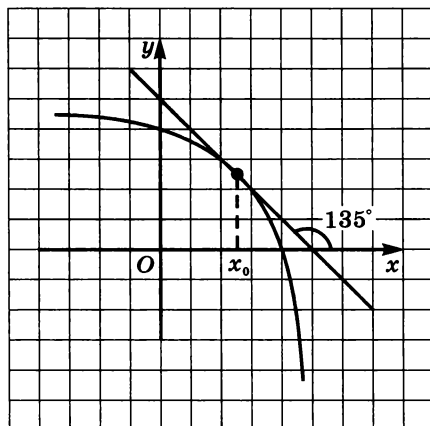
2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 + t$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 1,8$ с.

ГЛАВА 5. Производная

С-36. Определение производной

Вариант 4

1. Определите значение $f'(x_0)$ для функции $y = f(x)$, график которой изображен на рисунке.



2. Закон движения точки по прямой задается формулой $s(t) = t^2 - 3t$, где t время (в секундах), $s(t)$ — отклонение точки в момент времени t (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени t , если $t = 2,09$ с.

ГЛАВА 5. Производная

С-37. Вычисление производных

Вариант 1

1. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 25$.
2. Найдите скорость изменения функции $y = -5x + 4$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = g(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если $g(x) = \cos x$,
 $x_0 = -\frac{\pi}{6}$.

С-37. Вычисление производных

Вариант 3

1. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \sin x$, $x_0 = -\frac{\pi}{4}$.
2. Найдите скорость изменения функции $y = x - 2$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = g(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если $g(x) = \frac{1}{x}$,
 $x_0 = 2\sqrt{3}$.

ГЛАВА 5. Производная

С-37. Вычисление производных

Вариант 2

1. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = \sqrt{5}$.
2. Найдите скорость изменения функции $y = 3x$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если $f(x) = \sin x$, $x_0 = \frac{2\pi}{3}$.

С-37. Вычисление производных

Вариант 4

1. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \cos x$, $x_0 = \frac{5\pi}{6}$.
2. Найдите скорость изменения функции $y = -4$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой x_0 , если $f(x) = \sqrt{x}$, $x_0 = 0,01$.

ГЛАВА 5. Производная

С-38. Вычисление производных

Вариант 1

Найдите производную функции:

1. $y = x^3 - 2x^2 + x + 2$;

4. $y = \frac{1}{\cos x}$;

2. $y = \sqrt{x}(2 \sin x + 1)$;

5. $y = \frac{3x^2 - 2}{x^3}$;

3. $y = \frac{1}{x^2}$;

6. $y = \operatorname{tg} x + \frac{1}{x}$.

С-38. Вычисление производных

Вариант 3

Найдите производную функции:

1. $y = 0,25x^4 + x^2 - 4$;

4. $y = -\frac{2}{\cos x}$;

2. $y = (x^2 - 5x) \cdot (1 - 2\sqrt{x})$;

5. $y = \frac{\sin x}{x^2 + 3}$;

3. $y = \frac{2}{\sqrt{x}}$;

6. $y = (3x + 1)\operatorname{ctg} x$.

ГЛАВА 5. Производная

С-38. Вычисление производных

Вариант 2

Найдите производную функции:

1. $y = -x^3 + 0,5x^2 - x + 1$;

4. $y = \frac{1}{\sin x}$;

2. $y = -3 \cos x \cdot (x^2 + 2)$;

5. $y = \frac{x^4}{3 - x}$;

3. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$;

6. $y = x^2 + \operatorname{ctg} x$.

С-38. Вычисление производных

Вариант 4

Найдите производную функции:

1. $y = -0,5x^4 + \frac{1}{3}x^3 - 2x$;

4. $y = \frac{3}{\sin x}$;

2. $y = (4\sqrt{x} + 3)\left(1 - \frac{1}{x}\right)$;

5. $y = \frac{x^2 + 4}{\cos x}$;

3. $y = -\frac{1}{x^3}$;

6. $y = x^2 \operatorname{tg} x$.

ГЛАВА 5. Производная

С-39. Вычисление производных

Вариант 1

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = 3 \operatorname{ctg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{3}$ и положительным направлением оси Ox .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + 4$?

С-39. Вычисление производных

Вариант 3

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = \frac{\operatorname{tg} x}{4}$ в точке с абсциссой $x_0 = -\frac{\pi}{6}$ и положительным направлением оси Ox .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = 6\sqrt{x}(x^2 - 5)$?

ГЛАВА 5. Производная

С-39. Вычисление производных

Вариант 2

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = 2 \operatorname{tg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$ и положительным направлением оси Ox .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = 10\sqrt{x} - x + 3$?

С-39. Вычисление производных

Вариант 4

1. Найдите тангенс угла φ между касательной к графику функции $y = 0,5 \operatorname{ctg} x$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{3}$ и положительным направлением оси Ox .
2. При каких значениях x выполняется равенство $f'(x) = 0$, если известно, что $f(x) = \frac{x^2 + 3}{\sqrt{x}}$?

ГЛАВА 5. Производная

С-40. Вычисление производных

Вариант 1

1. Найдите производную функции:

а) $y = (8x - 15)^5$;

в) $y = \sin \left(4x + \frac{\pi}{6} \right)$;

б) $y = \sqrt{3 - 2x}$;

г) $y = \frac{1}{1 - 3x}$.

2. Решите неравенство $f'(x) < 0$, если $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 4$.

С-40. Вычисление производных

Вариант 3

1. Найдите производную функции:

а) $y = 3(2 - x)^6$;

в) $y = \operatorname{tg} \left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{4} \right)$;

б) $y = 4\sqrt{3x + 8}$;

г) $y = \frac{1}{(2x + 5)^2}$.

2. Определите абсциссы точек, в которых касательная к графику функции $y = x^2 - 0,5x^4 + 1$ образует острый угол с положительным направлением оси Ox .

ГЛАВА 5. Производная

С-40. Вычисление производных

Вариант 2

1. Найдите производную функции:

а) $y = (9 - 7x)^8$;

в) $y = \cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$;

б) $y = \sqrt{9x + 1}$;

г) $y = \frac{2}{5x + 4}$;

2. Решите неравенство $f'(x) > 0$, если $f(x) = x^3 - 3x + 7$.

С-40. Вычисление производных

Вариант 4

1. Найдите производную функции:

а) $y = -3\left(4 - \frac{1}{3}x\right)^4$;

в) $y = \operatorname{ctg}\left(3x + \frac{\pi}{4}\right)$;

б) $y = -\sqrt{1 - 2x}$;

г) $y = \frac{1}{(4 - 7x)^2}$.

2. Определите абсциссы точек, в которых касательная к графику функции $y = 9x^4 - 2x^2 + 5$ образует тупой угол с положительным направлением оси Ox .

ГЛАВА 5. Производная

С-41. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 1

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если $f(x) = 2\sqrt{x + 5}$, $a = 4$.
2. Найдите абсциссы точек графика функции $y = 0,5x^2 - x^3 + 1$, в которых угловой коэффициент касательной равен 0.
3. Найдите угол между касательной, проведенной к графику функции $y = \sin 2x - 0,5$ в точке с абсциссой, равной $\frac{\pi}{3}$, и положительным лучом оси абсцисс.

С-41. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 3

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если $f(x) = -\frac{2}{3x - 4}$, $a = 1$.
2. Найдите абсциссы точек графика функции $y = x - \sqrt{x} + 9$, в которых угловой коэффициент касательной равен -1 .
3. Найдите угол между касательной, проведенной к графику функции $y = -0,25 \operatorname{ctg} 3x + \sqrt{3}$ в точке с абсциссой, равной $\frac{\pi}{9}$, и положительным лучом оси абсцисс.

ГЛАВА 5. Производная

С-41. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 2

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если $f(x) = -(x - 6)^6$, $a = 5$.
2. Найдите абсциссы точек графика функции $y = 3x^3 - 4x^2 + 3$, в которых угловой коэффициент касательной равен 1.
3. Найдите угол между касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \frac{x}{2} - \sqrt{2}$ в точке с абсциссой, равной π , и положительным лучом оси абсцисс.

С-41. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 4

1. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = a$, если $f(x) = \frac{1}{(x - 4)^3}$, $a = 3$.
2. Найдите абсциссы точек графика функции $y = 3\sqrt{x} + x - 2$, в которых угловой коэффициент касательной равен 4.
3. Найдите угол между касательной, проведенной к графику функции $y = \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{x}{4} + 1$ в точке с абсциссой, равной $\frac{2\pi}{3}$, и положительным лучом оси абсцисс.

С-42. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$ в точке с абсциссой $x = 2$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 - 6x^2 + 7x - 9$ в некоторой точке, образует с положительным направлением оси Ox угол 45° .
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

С-42. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 3

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + 2x - 11$ в точке с абсциссой $x = 2$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 - 6x^2 - 19x + 20$ в некоторой точке, образует с положительным направлением оси Ox угол 135° .
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

ГЛАВА 5. Производная

С-42. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 2

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = -x^3 - 2x^2 - 3x + 5$ в точке с абсциссой $x = -2$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 + 6x^2 + 11x + 8$ в некоторой точке, параллельна прямой $y = 5x + 4$.
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

С-42. Уравнение касательной к графику функции

Вариант 4

1. Составьте уравнение касательной к графику функции $y = -\frac{x^4}{27} + \frac{x^2}{3} - 2x + 5$ в точке с абсциссой $x = 3$.
2. Касательная, проведенная к графику функции $y = 2x^3 + 12x^2 + 13x - 20$ в некоторой точке, параллельна прямой $y = -5x + 1$.
 - а) Найдите координаты точки касания;
 - б) составьте уравнение касательной.

ГЛАВА 5. Производная

С-43. Применение производной для исследования функций на монотонность

Вариант 1

1. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 6x - 19$;

б) $y = \sin x - 3x$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = \frac{5}{3}x^3 + px^2 + 5x - 14$ возрастает на всей числовой прямой?

С-43. Применение производной для исследования функций на монотонность

Вариант 3

1. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 2x - 10$;

б) $y = \sqrt{4x + 9} - 2x$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = 2x^3 - px^2 + px - 14$ возрастает на всей числовой прямой?

ГЛАВА 5. Производная

С-43. Применение производной для исследования функций на монотонность

Вариант 2

1. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} - 6x + 4$;

б) $y = \cos x + 5x$.

2. При каких значениях параметра p функция $y = -x^3 + px^2 - 3x + 16$ убывает на всей числовой прямой?

С-43. Применение производной для исследования функций на монотонность

Вариант 4

1. Исследуйте функцию на монотонность:

а) $y = -x^3 - 4x^2 + 3x + 16$;

б) $y = 3x - \sqrt{6x - 17}$.

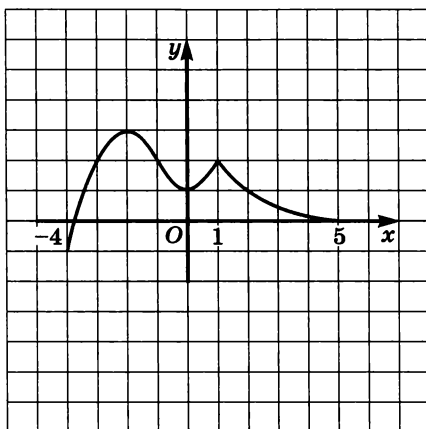
2. При каких значениях параметра p функция $y = -\frac{2}{3}x^3 - px^2 + px + 8$ убывает на всей числовой прямой?

ГЛАВА 5. Производная

С-44. Применение производной для исследования функций на экстремум

Вариант 1

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите, при каких значениях x производная функции равна нулю, а при каких не существует.



2. Найдите точки экстремума функции и определите их характер:

а) $y = -\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3$; б) $y = (x - 5)^2(2x + 8)$.

3. При каком значении a минимум функции

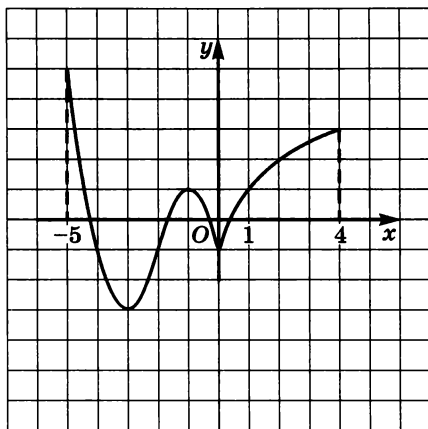
$$y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + a \text{ равен } -3?$$

ГЛАВА 5. Производная

С-44. Применение производной для исследования функций на экстремум

Вариант 2

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите, при каких значениях x производная функции равна нулю, а при каких не существует.



2. Найдите точки экстремума функции и определите их характер:

а) $y = x^3 + 3x^2 + 4$; б) $y = \frac{x^2}{1-x}$.

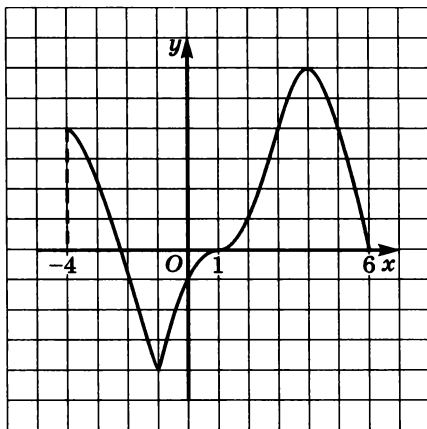
- 3. При каком значении a максимум функции $y = -x^3 - 9x^2 - 15x + 3a$ равен -2 ?

ГЛАВА 5. Производная

С-44. Применение производной для исследования функций на экстремум

Вариант 3

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите, при каких значениях x производная функции равна нулю, а при каких не существует.



2. Найдите точки экстремума функции и определите их характер:

а) $y = -\frac{1}{5}x^5 + \frac{49}{3}x^3 - \frac{3}{5}$; б) $y = (x + 1)^3(3 - x)$.

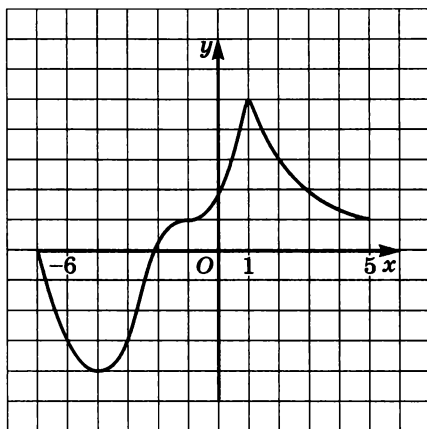
3. При каком значении a максимум функции $y = ax^2 + 2ax + 2a^2 - 1$ равен 9?

ГЛАВА 5. Производная

С-44. Применение производной для исследования функций на экстремум

Вариант 4

1. По графику функции $y = f(x)$, изображенному на рисунке, определите, при каких значениях x производная функции равна нулю, а при каких не существует.



2. Найдите точки экстремума функции и определите их характер:

а) $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2 + 18$; б) $y = \frac{x^3}{x-2}$.

3. При каком значении a минимум функции $y = 3ax^2 - 12ax + a^2 - 11$ равен 2?

С-45. Построение графиков функций

Вариант 1

1. Постройте график функции $y = -x^3 - 3x^2 + 4$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $-x^3 - 3x^2 + 4 = a$ имеет два корня?

С-45. Построение графиков функций

Вариант 3

1. Постройте график функции $y = x^4 - 8x^2 + 7$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $x^4 - 8x^2 + 7 = a$ имеет два корня?

ГЛАВА 5. Производная

С-45. Построение графиков функций

Вариант 2

1. Постройте график функции $y = x^3 - 3x^2 + 6$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $x^3 - 3x^2 + 6 = a$ имеет два корня?

С-45. Построение графиков функций

Вариант 4

1. Постройте график функции $y = -x^4 + 8x^2 - 9$.
2. При каких значениях параметра a уравнение $-x^4 + 8x^2 - 9 = a$ имеет два корня?

ГЛАВА 5. Производная

С-46. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Вариант 1

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $y = (12 - x)\sqrt{x}$ на отрезке $[1; 9]$;

2. $y = \frac{1}{3} \cos 3x$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

С-46. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Вариант 3

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $y = \frac{x + 4}{\sqrt{x}}$ на отрезке $[1; 9]$;

2. $y = \sin^2 x - \cos^2 x$ на отрезке $[0; \pi]$.

ГЛАВА 5. Производная

С-46. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Вариант 2

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $y = (x - 1)^2(x - 4)$ на отрезке $[0; 2]$;

2. $y = \sin 2x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{12}; \frac{\pi}{2}\right]$.

С-46. Применение производной для отыскания наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на промежутке

Вариант 4

Найдите наибольшее и наименьшее значения функции:

1. $y = \frac{x + 1}{x^2 + 2x + 2}$ на отрезке $[-2; 1]$;

2. $y = 2 \sin^2 x$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

ГЛАВА 5. Производная

С-47. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

Вариант 1

Каковы должны быть стороны прямоугольного участка, периметр которого равен 120 м, чтобы площадь этого участка была наибольшей?

С-47. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

Вариант 3

Число 16 представлено в виде произведения двух положительных множителей так, что сумма их квадратов имеет наименьшее значение. Найдите эти множители.

ГЛАВА 5. Производная

С-47. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

Вариант 2

Прямоугольный участок площадью 2401 м^2 огораживается забором. Каковы должны быть размеры участка, чтобы его периметр был наименьшим?

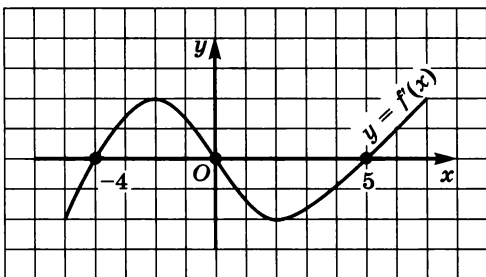
С-47. Задачи на отыскание наибольшего и наименьшего значений величин

Вариант 4

Найдите положительное число, сумма которого с обратным ему числом имеет наименьшее значение.

Вариант 1

1. Найдите $\sin\left(\frac{\pi}{6} - t\right)$, если $\cos t = -\frac{12}{13}$ и $t \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.
2. Решите уравнение $\sin 2x + 2 \cos^2 x = 0$.
3. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 2x^2 - 3\sqrt{x} + 5$ в точке с абсциссой, равной $\frac{1}{4}$.
4. На рисунке изображен график производной для функции $y = f(x)$.



По графику определите:

- а) точки минимума функции $y = f(x)$;
- б) промежутки возрастания функции $y = f(x)$.

С-48.

Вариант 2

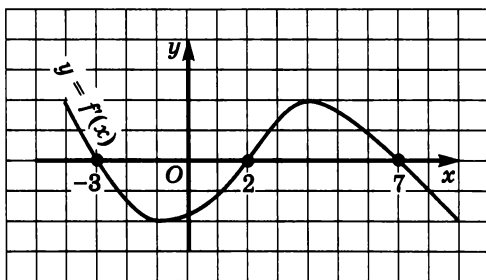
1. Найдите $\cos\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$, если $\sin t = \frac{15}{17}$ и $t \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

2. Решите уравнение

$$\frac{1}{2} \sin 2x - \sin^2 x = 0.$$

3. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{1}{2}x^2 - 8x + 6\sqrt{x}$ в точке с абсциссой, равной 9.

4. На рисунке изображен график производной для функции $y = f(x)$.



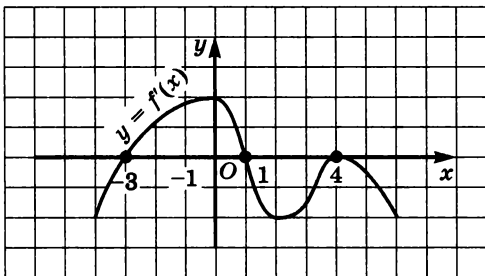
По графику определите:

а) точки максимума функции $y = f(x)$;

б) промежутки убывания функции $y = f(x)$.

Вариант 3

1. Найдите $\cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right)$, если $\cos t = -\frac{8}{17}$ и $t \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.
2. Решите уравнение $\cos 2x + 3 \cos x = 1$.
3. Угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{x} + 7$, равен 2. Найдите абсциссы точек касания.
4. На рисунке изображен график производной для функции $y = f(x)$.



По графику определите:

- а) точки максимума и минимума функции $y = f(x)$;
- б) промежутки убывания функции $y = f(x)$.

С-48.

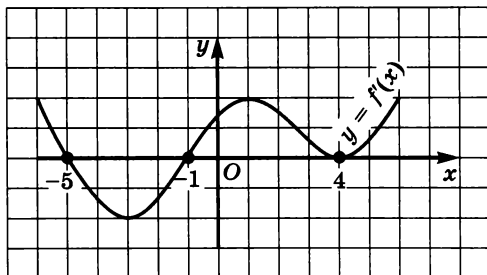
Вариант 4

1. Найдите $\sin\left(t + \frac{\pi}{6}\right)$, если $\sin t = \frac{5}{13}$ и $t \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

2. Решите уравнение
 $\cos 2x + 3 \sin x + 1 = 0$.

3. Угловым коэффициентом касательной, проведенной к графику функции $y = \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{x} + 4x$, равен 5. Найдите абсциссы точек касания.

4. На рисунке изображен график производной для функции $y = f(x)$.



По графику определите:

- точки максимума и минимума функции $y = f(x)$;
- промежутки возрастания функции $y = f(x)$.

Ответы

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
8	1д	$-\frac{\sqrt{3}}{6}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0,25
9	2	$\cos t = -\frac{8}{17}$ $\operatorname{tg} t = \frac{15}{8}$ $\operatorname{ctg} t = \frac{8}{15}$	$\sin t = -\frac{40}{41}$ $\operatorname{tg} t = -\frac{40}{9}$ $\operatorname{ctg} t = -\frac{9}{40}$	$\cos t = \frac{24}{25}$ $\sin t = -\frac{7}{25}$ $\operatorname{ctg} t = \frac{24}{7}$	$\cos t = -\frac{21}{29}$ $\operatorname{tg} t = -\frac{20}{21}$ $\sin t = \frac{20}{29}$
11	1а	-2,25	$-\frac{3\sqrt{2}}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	1б	-0,5	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}$
	2	-0,5	-2	$\cos \alpha$	$-\cos \alpha$
14	3			1	1
15	2	$2 \sin x$	$3 \cos 2x$	$\cos x$	$-\sin x$
	1а	$\frac{\pi}{-2}$	$\frac{19\pi}{12}$	$\frac{13\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{-6}$
18	1б	$\frac{\pi}{3}$	0	π	$\frac{\pi}{6}$
	1в	-1	1	0,5	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
19	1а	0	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$
	1б	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{4}$
	1в	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{1}{-2}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
20	1а	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{\pi}{12}$	$-\frac{\pi}{12}$
	1б	$\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
	1в	$\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$
21	1а	$\pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n$	$(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$	$\frac{\pi}{6} + \pi n$	$\frac{5\pi}{6} + \pi n$
	1б	$-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$	$\frac{3\pi}{4} + 3\pi n$	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + 2\pi k$	$\pm\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}$
	1в	$-\frac{9\pi}{4} + 6\pi n$	$\frac{2\pi}{3} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n; -\frac{\pi}{2} + \pi n$	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + 2\pi k$
	2	2 корня	3 корня	$\frac{3\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
22	1	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, 2\pi k$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n,$ $(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$	$(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k,$ $(-1)^n \arcsin \frac{2}{3} + \pi n$	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$
	2	$-\frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$	$\frac{2\pi}{3} + 4\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{4} + \pi k$	$-\frac{\pi}{6} + \pi n, \pi k$
	●3	$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $\arctg \frac{1}{2} + \pi k$	$\frac{\pi}{4} + \pi n, \arctg \frac{1}{2} + \pi k$	$\frac{1}{2} \arctg \frac{1}{3} + \frac{\pi k}{2},$ $-\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$	$\frac{3\pi}{4} + 3\pi n,$ $-3 \arctg \frac{1}{3} + 3\pi k$
23		$-\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{4},$ $-\frac{7\pi}{24}; -\frac{\pi}{24}; \frac{5\pi}{24}; \frac{11\pi}{24}$	$\frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{6}$ $-\frac{5\pi}{18}; -\frac{\pi}{9}; \frac{\pi}{18}; \frac{2\pi}{9}$	$\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $-\arctg \frac{3}{2} + \pi k$ $-\frac{3\pi}{4}; \frac{\pi}{4}; -\arctg \frac{3}{2}$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n,$ $\arctg \frac{3}{2} + \pi k$ $-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}; \arctg \frac{3}{2}$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
24*	1	$\left[\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{4\pi}{3} + 2\pi n \right]$	$\left[-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n \right]$	$\left(-\frac{5\pi}{12} + \pi n; \frac{5\pi}{12} + \pi n \right)$	$\left[\arccos \frac{1}{3} + 2\pi n; 2\pi - \arccos \frac{1}{3} + 2\pi n \right]$
	2	$\left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right)$	$\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n \right)$	$\left[-\pi - \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi n; \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi n \right]$	$\left(\frac{\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n; \frac{3\pi}{12} + \frac{2}{3}\pi n \right)$
	3	$\left[\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \right]$	$\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{2\pi}{3} + 2\pi n \right)$	$\left(\pi n; \arctg 3 + \pi n \right) \cup \left(\frac{\pi}{4} + \pi n; \pi + \pi n \right)$	$\left(\frac{\pi}{6} + \pi n; \frac{\pi}{3} + \pi n \right)$
25	2	1	-1	$-\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{3})}{4}$	$\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{4}$
	3	$\frac{4+3\sqrt{3}}{-10}$	$\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$	$-\frac{23\sqrt{2}}{34}$	$\frac{7\sqrt{2}}{34}$
26	2a	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$	$\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n$	$(-1)^n \frac{1}{6} \arcsin \frac{2}{5} + \frac{\pi n}{6}$	$\pm \frac{1}{5} \arccos \frac{1}{3} + \frac{2\pi n}{5}$
	2б	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$(-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$	$2\pi k; \frac{\pi}{2} + 2\pi n$	$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; 2\pi k$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
27	2	0,6	1,4	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{15}$
	1	$\cos 2\alpha = \frac{527}{625}$	$\sin 2\alpha = -\frac{240}{289}$	$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{120}{119}$	$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{720}{1519}$
28	2	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$
	3	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{18} + \frac{1}{6} \pi k$	$\pm \frac{\pi}{2} + 6\pi n$	$\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n$	$(-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k$
29	1	$\cos \alpha = \sqrt{0,6}$ $\sin \alpha = \sqrt{0,4}$ $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$	$\cos \alpha = \sqrt{0,8}$ $\sin \alpha = \sqrt{0,2}$ $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$	$3 + 2\sqrt{2}$	$3 - 2\sqrt{2}$
	2	$\pm \frac{\pi}{9} + \frac{\pi n}{3}$	$\pm \frac{\pi}{15} + \frac{\pi n}{5}$	$\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{14}$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{6}$
30	1	$-\sqrt{3}$	1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$
	2a	$2\pi k; \frac{\pi}{11} + \frac{2\pi n}{11}$	$\pi k; \frac{\pi n}{6}$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{20} + \frac{\pi k}{5}$	$\frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{4}; \frac{\pi}{4} + \pi n$
	26	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; (-1)^k \frac{\pi}{3} + \pi k$	$0,5\pi k; \pm \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{5}$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{4};$ $(-1)^{k+1} \frac{\pi}{18} + \frac{1}{3} \pi k$	$\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{2} + \pi k$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
31	1	$\cos x$	$-0,5 \cos 5x$	$\cos x$	$-3 \cos x$
	2	$\frac{\pi}{24} + \frac{\pi n}{12}$	$\frac{\pi}{8} + \frac{\pi n}{2}$	$\pm \frac{\pi}{18} + \frac{\pi n}{3}$	$\pm \frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{5}$
32*	2	$[-15; 15]$	$[-2,6; 2,6]$	$[-2,7; 2,7]$	$[-2,5; 2,5]$
	3	$\frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}$	$\frac{\pi}{3} + \pi n$	$\frac{3\pi}{40} + \frac{\pi n}{5}; \frac{5\pi}{16} + \frac{\pi k}{2}$	$\frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}; \frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{9}$
33	16	Да	Нет	Начиная с $n = 7$	Начиная с $n = 14$
	2а	1	-4	3	-5
	2б	$\frac{5}{3}$	2	7	-0,5
34	1	13,5	16	$20\frac{5}{6}$	$-10\frac{2}{3}$
	2	$\frac{2}{3}$	84	0,75	63
	3	30	$16\frac{2}{3}$	-2	-33,75

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
35	1а	7	7	3	-1
	1б	0,75	2	$\frac{1}{-3}$	$\frac{5}{-6}$
			0,5	$\frac{1}{6}$	1,25
	1г	0,5	2	2	1
36	1	1	0	$\sqrt{3}$	-1
	2	1 м/с	1,5 м/с	4,6 м/с	1,18 м/с
37	1	0,1	-0,2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	-0,5
	2	-5	3	1	0
			-0,5	$\frac{1}{-12}$	5
39	1	-4	4	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{-3}$
	2	3	25	1	1

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
40	2	$(-\infty; 0) \cup (2; \infty)$	$(-\infty; -1) \cup (1; \infty)$	$(-\infty; -1) \cup (0; 1)$	$(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (0; \frac{1}{3})$
	1	$k = \frac{1}{3}$	$k = 6$	$k = 6$	$k = -3$
	2	$0; \frac{1}{3}$	$1; -\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$
41	3	135°	150°	45°	30°
	1	$y = 7x - 4$	$y = -7x - 3$	$y = -4x - 1$	$y = 4x + 11$
	2а	$(1; -6)$	$(-1; 1)$	$(-1; 31), (3; -37)$	$(-1; -23), (-3; -5)$
42	2б	$y = x - 7$	$y = 5x + 6$	$y = -x - 34,$ $y = -x + 30$	$y = -5x - 28,$ $y = -5x - 20$
	1а	$[2; 3]$ убыв. $(-\infty; 2]$ и $[3; \infty)$ возр.	$[-6; 1]$ убыв. $(-\infty; -6]$ и $[1; \infty)$ возр.	$[0, 5; 2]$ возр. $(-\infty; 0, 5]$ и $[2; \infty)$ убыв.	$[-3; \frac{1}{3}]$ возр. $(-\infty; -3]$ и $[\frac{1}{3}; \infty)$ убыв.
	1б	Убывает при всех x	Возрастает при всех x	$(-\frac{9}{4}; -2]$ возр. $[-2; \infty)$ убыв.	$(\frac{17}{6}; 3]$ убыв. $[3; \infty)$ возр.
43	2	$[-5; 5]$	$[-3; 3]$	$[0; 6]$	$[-2; 0]$

С	№ задания	Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3	Вариант 4
44	2а	$x_{\min} = -4$ $x_{\max} = 0$	$x_{\max} = -2$ $x_{\min} = 0$	$x_{\min} = -7$ $x_{\max} = 7$	$x_{\min} = -2, x_{\max} = 1$ $x_{\max} = 0$
		$x_{\max} = -1$ $x_{\min} = 5$	$x_{\min} = 0$ $x_{\max} = 2$	$x_{\max} = 2$	$x_{\min} = 3$
	3*	$a = 6$	$a = -3$	$a = -2$	$a = 13$
45	2	$a = 0, a = 4$	$a = 2, a = 6$	$a = -9, a > 7$	$a = 7, a < -9$
46	1	$y_{\max} = 16$ и $y_{\min} = 9$	$y_{\max} = 0$ и $y_{\min} = -4$	$y_{\max} = 5$ и $y_{\min} = 4$	$y_{\max} = 0$ и; $y_{\min} = -0$ и
	2	$y_{\max} = \frac{1}{3}$ и $y_{\min} = -\frac{1}{3}$	$y_{\max} = 1$ и $y_{\min} = 0$	$y_{\max} = 1$ и $y_{\min} = -1$	$y_{\max} = 2$ и $y_{\min} = 1$
47		30 м, 30 м	49 м, 49 м	4; 4	1
48	1	$\frac{12 + 5\sqrt{3}}{26}$	$\frac{7\sqrt{2}}{34}$	$\frac{8 + 15\sqrt{3}}{34}$	$\frac{5\sqrt{3} - 12}{26}$
	2	$\frac{\pi}{2} + \pi n; -\frac{\pi}{4} + \pi k$	$\pi n; \frac{\pi}{4} + \pi k$	$\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n$	$(-1)^{k+1} \frac{\pi}{6} + \pi k$
	3	-2	2	± 1	± 1

Содержание

Предисловие	3
Примерное планирование учебного материала	4
Глава 1. Числовые функции	6
Глава 2. Тригонометрические функции	12
Глава 3. Тригонометрические уравнения	48
Глава 4. Преобразование тригонометрических выражений	62
Глава 5. Производная	78
Итоговое повторение	114
Ответы	118

Учебное издание

Александрова Лидия Александровна

АЛГЕБРА

И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

10 класс

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

для учащихся общеобразовательных учреждений

Генеральный директор издательства *М. И. Безвизонная*
Главный редактор *К. И. Куровский*. Редактор *С. В. Бахтина*
Оформление и художественное редактирование: *Т. С. Богданова*
Технический редактор *И. Л. Ткаченко*
Корректор *Г. В. Альперина*
Компьютерная верстка и графика: *А. А. Горкин*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.60.953.Д.001625.02.08 от 29.02.2008.

Формат 60×90¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура «Школьная».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 8,0. Тираж 20 000 экз. Заказ № 654

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.
Тел.: 8 (499) 367 5418, 8 (499) 367 5627, 8 (499) 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.

E-mail: ioc@mnemozina.ru www.mnemozina.ru

Магазин «Мнемозина» (розничная и мелкооптовая продажа книг).
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел.: 8 (495) 783 8284, 8 (495) 783 8285, 8 (495) 783 8286.

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).
Тел./факс: 8 (495) 657 9898 (многоканальный). E-mail: td@mnemozina.ru

Отпечатано в ООО «Финтрекс».
115477, Москва, ул. Кантёмировская, 60.



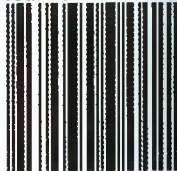
Алгебра

и начала математического анализа

Самостоятельные
работы

10

ISBN 978-5-346-01111-1



9 785346 011111